

ЕНЕРГЕТИКА

УДК 373:534.1:620.193

DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2024.4/34>

Бовсуновський А.П.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Носаль О.Ю.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ОСОБЛИВОСТІ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ ПОШКОДЖЕННЯ ЛОПАТОК ТУРБІН

Статтю присвячено дослідженню лопатки турбін, які в процесі експлуатації зазнають інтенсивних механічних (статичних і динамічних) і термічних навантажень у корозійно агресивному середовищі. Наслідком такого навантаження є поступове накопичення розсіяного втомного пошкодження, яке зрештою локалізується у вигляді тріщини втоми. При досягненні тріщиною критичного розміру виникає небезпека руйнування лопатки з катастрофічними наслідками для всієї турбіни. Вчасне виявлення пошкодження лопатки можливе на етапі ремонту турбіни з використанням вібраційної діагностики.

Мета. Метою роботи є створення аналітичного підходу, що дозволяє моделювати коливання лопатки турбіни з тріщиною втоми, а також дослідження впливу параметрів тріщини та геометричних параметрів лопатки на власні частоти коливань лопатки для оцінки ефективності вібраційної діагностики пошкоджень.

Методи. Для вирішення задачі в роботі використано класичну теорію коливань. Вплив поверхневої тріщини на піддатливість лопатки визначено з використанням підходів механіки руйнування.

Результати. В роботі представлено результати дослідження впливу поверхневої поперечної тріщини на власні частоти коливань лопатки турбіни. В результаті експериментально-аналітичного дослідження з'ясовано вплив параметрів тріщини (розміру та розташування тріщини) та геометричних характеристик лопатки на власні частоти коливань лопатки.

Висновки. В роботі показано, що вібродіагностика лопаток турбін, заснована на зміні власних частот є достатньо чутливою для виявлення відносно невеликих тріщин, розмір яких не становить загрози цілісності лопаток. Встановлено, що жорсткість лопатки впливає на чутливість такої вібродіагностики: чим жорсткішою є лопатка, тим вищою є чутливість власних частот до наявності тріщини.

Ключові слова: вібраційні діагностика, лопатки турбін, власні частоти, тріщина.

Постановка проблеми. Лопатки турбін в процесі експлуатації зазнають інтенсивних механічних (статичних і динамічних) і термічних навантажень у корозійно агресивному середовищі. Наслідком такого навантаження є поступове накопичення розсіяного втомного пошкодження, яке зрештою локалізується у вигляді тріщини втоми. При досягненні тріщиною критичного розміру виникає небезпека руйнування лопатки з катастрофічними наслідками для всієї турбіни. Вчасне виявлення пошкодження лопатки можливе на етапі ремонту турбіни з використанням вібраційної діагностики.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Багато елементів енергетичного обладнання в реаль-

них умовах експлуатації зазнають спільної або роздільної дії динамічного навантаження, температури та агресивного середовища, що призводить до виникнення втомних та термовтомних тріщин, корозійного розтріскування та інших видів пошкоджень. Виявлення таких пошкоджень, наприклад, в елементах парової турбіни в процесі її експлуатації є складною проблемою, вирішення якої стикається з значними труднощами [1]. Використання локальних неруйнівних методів діагностики пошкоджень можливе лише під час проведення ремонтних робіт і потребує значних витрат часу.

Динамічні характеристики непошкодженого тіла та тіла з порушеною суцільністю, як пра-

вило, суттєво різняться. Ця різниця динамічних характеристик, обумовлена зміною жорсткості, може використовуватися для діагностування пошкодження (наприклад, тріщини втомі) та визначення його параметрів (розмірів та розташування). На цій ідеї заснована вібраційна діагностика пошкодження, основною перевагою якої над локальними методами діагностики є те, що вона є інтегральною, тобто характеризує стан об'єкта в цілому і тому потребує значно менше часу для отримання результату діагностики відносно габаритних конструкцій. Багато досліджень присвячено розробці вібраційних методів діагностики пошкодження, заснованих на взаємозв'язку вібраційних характеристик (наприклад, власні частоти [2–4] і форми [5] коливань), характеристик демпфування [6] або нелінійних ефектів (наприклад, виникнення вищих гармонік у спектрі коливань [7, 8], виникнення суб- та супергармонічних резонансів [9], зміщення антирезонансних частот [10]) з параметрами пошкодження. Кожен з цих методів має свої переваги і недоліки, але жоден з них не є універсальним.

Аналіз зміни вібраційних характеристик реальних конструкцій у разі виникнення пошкодження є складною проблемою. Однак вона значно спрощується, якщо конструкцію або її елементи з достатньою для інженерної практики точністю подати у вигляді стрижневої коливальної системи з крайовими умовами та умовами навантаження, близькими до реальних.

Найбільш просто характеристики коливань будь-якого стрижневого елемента визначаються у припущенні, що тріщина не змінює його форму коливань. Це дозволяє при заданій формі коливань елемента розглядати його як систему з одним ступенем вільності [11]. Отримуване в цьому випадку рішення, строго кажучи, справедливе за відносно малої глибини тріщини.

Точність аналітичного розв'язку задачі про коливання лопатки з тріщиною багато в чому визначається вибором моделі тріщини. У літературних джерелах представлений широкий спектр таких моделей: тріщина подається у вигляді пружини [12, 13], пружного шарніра [14], вирізу [15–17], області зі зменшеним модулем пружності [13] або її вплив враховується напівемпіричними функціями, що описують розподіл напружень та деформацій по всьому об'єму стрижня з тріщиною [18]. При цьому у всіх випадках, за винятком роботи [12], моделювалися коливання стрижня з так званою відкритою тріщиною (така тріщина вважається відкритою на обох півциклах коли-

вань), що не відображає повною мірою умови поведінки тріщин втомі, які періодично закриваються. Жорсткість стрижня з відкритою тріщиною вважається однаковою на обох півциклах коливання, а жорсткість стрижня з тріщиною, що закривається – різною. В другому випадку виникає суттєва нелінійність коливальної системи.

Однією з проблем, яка відрізняє визначення вібраційних характеристик призматичного стрижня і лопатки, є розрахунок геометричних характеристик поперечного перерізу лопатки. Інша проблема – визначення зміни жорсткості (піддатливості) поперечного перерізу лопатки при виникненні тріщини.

Постановка завдання. Метою роботи є створення аналітичного підходу, що дозволяє моделювати коливання лопатки турбіни з тріщиною, що закривається, для вирішення як прямої (визначення динамічних характеристик стрижня при заданих розмірі і місцезнаходженні тріщини), так і зворотної (оцінка параметрів тріщини за відомими значеннями відповідних динамічних характеристик), а також дослідження впливу параметрів тріщини і геометричних параметрів лопатки на власні частоти коливань лопатки для цілей вібраційної діагностики пошкодження.

Виклад основного матеріалу дослідження. Методика розрахунку власних частот коливань лопатки. Розв'язання задачі про згинальні коливання лопатки (рис. 1) з крайовою тріщиною, що закривається, будується на основі синтезу рішень диференціального рівняння, що описує вільні поперечні коливання стрижневого елемента Бернуллі-Ейлера без урахування демпфування [19]

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\rho F}{EI_u} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

де E і ρ – відповідно модуль пружності і густина матеріалу лопатки; I_u і F – момент інерції відносно головної осі (рис. 1, б) і площа поперечного перерізу лопатки, які вважаються незмінними по її довжині.

Крайові умови для кута повороту $\theta_{ij}(x)$, згинального моменту $M_{ij}(x)$, поперечної сили $Q_{ij}(x)$ та умови сполучення ділянок 1 і 2 лопатки, розділених тріщиною, мають вигляд

$$M_{i1}(L) = I_m \omega_{oi}^2 k_{oi} [A_{i1} V(k_{oi} L) + B_{i1} S(k_{oi} L) + C_{i1} T(k_{oi} L) + D_{i1} U(k_{oi} L)];$$

$$Q_{i1}(L) = -m_i \omega_{oi}^2 [A_{i1} S(k_{oi} L) + B_{i1} T(k_{oi} L) + C_{i1} U(k_{oi} L) + D_{i1} V(k_{oi} L)];$$

$$w_{i1}(L_c) = w_{i2}(L_c);$$

$$\theta_{i1}(L_c) - \theta_{i2}(L_c) = \kappa_c M_{i1}(L_c); \quad M_{i1}(L_c) = M_{i2}(L_c);$$

$$Q_{i1}(L_c) = Q_{i2}(L_c); \quad w_{i2}(0) = 0; \quad \theta_{i2}(0) = 0,$$

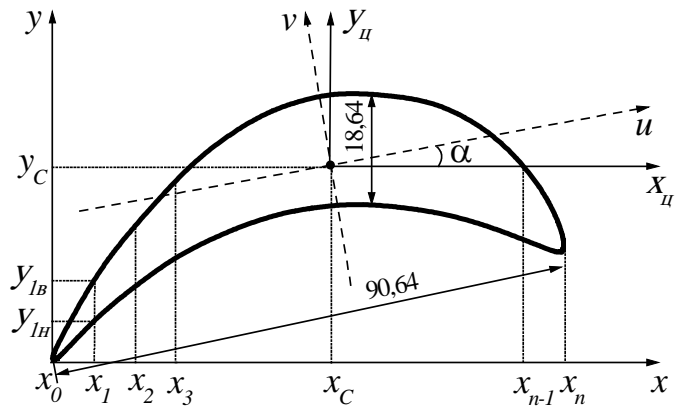


Рис. 1. Лопатка турбіни К-1000-60/3000 (а) і її поперечний переріз (б)

де $k_{oi}^4 = \omega_{oi}^2 \rho F / EI_u$; L – довжина лопатки; L_c – відстань від защемлення до перерізу з тріщиною; ω_{oi} – кутова частота лопатки з відкритою тріщиною; κ_c – зміна піддатливості перерізу з тріщиною; m_L – зосереджена маса на кінці лопатки; I_m – момент інерції зосередженої маси; S, T, U, V – функції Кривої.

Частотне рівняння, що визначає власні частоти коливань лопатки з відкритою тріщиною (тобто тріщина, яка вважається відкритою на обох напівциклах коливань), має вигляд

$$\begin{vmatrix} U(\varphi_i) - q_i V(\varphi_i) & V(\varphi_i) - q_i S(\varphi_i) & S(\varphi_i) - q_i T(\varphi_i) & T(\varphi_i) - q_i U(\varphi_i) & 0 & 0 \\ T(\varphi_i) + g_i S(\varphi_i) & U(\varphi_i) + g_i T(\varphi_i) & V(\varphi_i) + g_i U(\varphi_i) & S(\varphi_i) + g_i V(\varphi_i) & 0 & 0 \\ S(\varphi_i) & T(\varphi_i) & U(\varphi_i) & V(\varphi_i) & -S(\varphi_i) & -T(\varphi_i) \\ V(\varphi_i) - r_i U(\varphi_i) & S(\varphi_i) - r_i V(\varphi_i) & T(\varphi_i) - r_i S(\varphi_i) & U(\varphi_i) - r_i T(\varphi_i) & -T(\varphi_i) & -U(\varphi_i) \\ U(\varphi_i) & V(\varphi_i) & S(\varphi_i) & T(\varphi_i) & -S(\varphi_i) & -T(\varphi_i) \\ T(\varphi_i) & U(\varphi_i) & V(\varphi_i) & S(\varphi_i) & -V(\varphi_i) & -S(\varphi_i) \end{vmatrix} = 0,$$

де $\varphi_i = k_{oi} L$; $\psi_i = L_c \varphi_i / L$; $q_i = I_m \varphi_i^3 / \rho FL^3$; $g_i = m_L \varphi_i / \rho FL$; $r_i = EI_u \kappa_c \varphi_i / L$.

Зміна піддатливості перерізу з тріщиною визначалась енергетичним методом, коли порівнюється зміна енергії деформації тіла при виникненні в ньому тріщини, визначена на основі підходів механіки руйнування і на основі класичної механіки [19].

Для поверхневої тріщини нормального відриву (рис. 2) за умови плоского напруженого стану зміна енергії деформації лопатки визначається наступним рівнянням

$$\Delta U = \frac{C}{E} \int_0^a K_I^2 d\gamma, \quad (3)$$

де K_I – коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН); a – глибина тріщини; C – довжина фронту тріщини, яка в даному випадку визначається за формулою

$$C = 2 \cdot r \cdot \arccos\left(1 - \frac{a}{r}\right),$$

в якій r – радіус кола, що описує фронт тріщини. У випадку, коли виконується співвідношення $r = 0,75h$ (h – найбільша висота поперечного перерізу лопатки, див. рис. 2) КІН є однаковим по фронту тріщини і визначається рівнянням [20]

$$K_I = \sigma_c \sqrt{\pi a} (1,13211 - 1,87278\gamma + 0,75369\gamma^2), \quad (4)$$

де $\gamma = a/h$ – відносна глибина тріщини ($\gamma \leq 0,65$); σ_c – механічні напруження в перерізі з тріщиною.

Тоді рівняння (3) для визначення зміни енергії деформації лопатки набуває вигляду

$$\Delta U = \frac{2}{E} \sigma_c^2 \pi a^2 r \cdot \arccos\left(1 - \frac{a}{r}\right) \xi, \quad (5)$$

де

$$\xi = 1,28167 - 2,1202 + 1,73794^2 - 0,70575^3 + 0,11361^4.$$

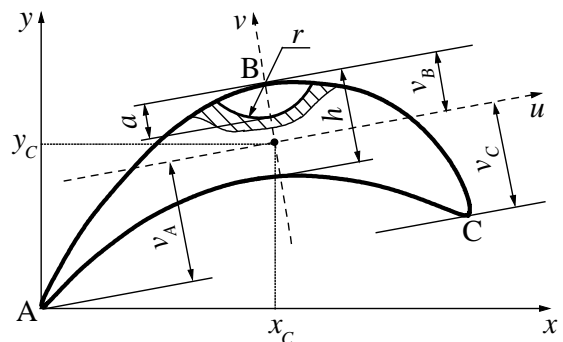


Рис. 2. Поперечний переріз лопатки з тріщиною

З іншого боку цю ж енергію можна визначити через зміну піддатливості перерізу при виникненні в ньому тріщини (k_c), а саме

$$\Delta U = 0,5 \kappa_c M^2, \quad (6)$$

де M – згинальний момент у перерізі з тріщиною.

З рівнянь (5) і (6) отримуємо

$$\kappa_c = \frac{4}{EW_u^2} \pi a^2 r \cdot \arccos\left(1 - \frac{a}{r}\right) \xi, \quad (7)$$

де W_u – момент опору поперечного перерізу лопатки. Для точок А, В і С перерізу лопатки координати для визначення цього моменту через відомий момент інерції I_u ($W_u=I_u/v$) становлять $v_A=21,5$ мм; $v_B=14,5$ мм; $v_C=19,1$ мм (рис. 2).

Однією з проблем вирішення задачі про коливання лопаток є визначення моментів інерції поперечного перерізу відносно головних осей.

Метод сіток, який зазвичай використовується для визначення геометричних характеристик поперечного перерізу лопатки, є трудомістким, незручним і неточним. Тому в роботі ці геометричні характеристики визначалися аналітично. Для цього профіль лопатки був побудований у ортогональній системі координат x - y у певному масштабі (рис. 1, б). Орієнтація і розташування профілю у цій системі координат є довільними.

Протяжність лопатки по осі x поділяється на n однакових відрізків (кроків розбиття)

$$\Delta_x = \frac{x_n - x_0}{n}. \quad (8)$$

Тоді площа поперечного перерізу лопатки визначається за формулою

$$F = \frac{\Delta_x}{2} \sum_{i=1}^n (Y_{i\sigma} - Y_{in}), \quad (9)$$

де $Y_{i\sigma} = y_{i\sigma} + y_{(i-1)\sigma}$; $Y_{in} = y_{in} + y_{(i-1)n}$. Рис. 1, б ілюструє, яким саме чином для кожного значення абсциси x_i визначається ордината верхньої ($y_{i\sigma}$) і нижньої (y_{in}) границі профіля.

Статичні моменти перерізу відносно осей x і y визначаються за наступними формулами

$$S_x = \frac{\Delta_x}{8} \sum_{i=1}^n (Y_{i\sigma}^2 - Y_{in}^2), \quad (10)$$

$$S_y = \frac{\Delta_x^2}{8} \sum_{i=1}^n (i - 0,5)(Y_{i\sigma}^2 - Y_{in}^2). \quad (11)$$

Далі визначаємо координати центру ваги перерізу

$$x_c = \frac{S_y}{F}; \quad y_c = \frac{S_x}{F}. \quad (12)$$

Осьові моменти інерції і відцентровий момент інерції поперечного перерізу лопатки розраховуємо за формулами

$$I_x = \frac{\Delta_x}{24} \sum_{i=1}^n (Y_{i\sigma}^3 - Y_{in}^3), \quad (13)$$

$$I_y = \frac{\Delta_x^3}{6} \sum_{i=1}^n [i^3 - (i-1)^3](Y_{i\sigma} - Y_{in}), \quad (14)$$

$$I_{xy} = \frac{\Delta_x^2}{16} \sum_{i=1}^n [i^2 - (i-1)^2](Y_{i\sigma}^2 - Y_{in}^2). \quad (15)$$

Відповідні моменти інерції відносно центральних осей x_u - y_u і кут повороту центральних осей α , що визначає напрям головних осей u - v , визначаємо з відомих формул [21]

$$I_{x_u} = I_x - y_c^2 F, \quad (16)$$

$$I_{y_u} = I_y - x_c^2 F, \quad (17)$$

$$I_{x_u y_u} = I_{xy} - x_c y_c F. \quad (18)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2I_{x_u y_u}}{I_{y_u} - I_{x_u}} \right). \quad (19)$$

Тоді головні моменти інерції поперечного перерізу лопатки розраховуються наступним чином

$$I_u = I_{x_u} \cos^2 \alpha + I_{y_u} \sin^2 \alpha - I_{x_u y_u} \sin 2\alpha, \quad (20)$$

$$I_v = I_{x_u} \sin^2 \alpha + I_{y_u} \cos^2 \alpha + I_{x_u y_u} \sin 2\alpha. \quad (21)$$

На рис. 3 наведено приклади розрахунку геометричних характеристик робочої лопатки 1-го ступеня турбіни К-1000-60/3000 (профіль і розміри саме цієї лопатки представлено на рис. 1, б) як функції кількості кроків розбиття n . У випадку, що розглядається, $x_n=88,8$ мм.

Для виконання цих розрахунків верхню і нижню границі профілю лопатки було апроксимовано степеневими поліномами виду

$$y_\sigma = -0,00903 + 2,32287 \cdot x - 0,03959 \cdot x^2 + 7,30678 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - 8,95067 \cdot 10^{-6} \cdot x^4 + 5,35391 \cdot 10^{-8} \cdot x^5 - 1,22231 \cdot 10^{-10} \cdot x^6$$

$$y_n = -0,11218 + 1,03108 \cdot x - 0,00481 \cdot x^2 - 1,00267 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 5,45339 \cdot 10^{-8} \cdot x^4$$

Як видно з рис. 3, достатня для практичних цілей точність визначення основних геометричних характеристик поперечного перерізу лопатки досягається при $n \geq 10$.

Перевірка достовірності наведеного вище аналітичного підходу до розрахунку власної частоти коливань лопатки з поверхневою тріщиною була виконана на прикладі лопатки компресора газотурбінного двигуна Д-36, виготовленої з титанового сплаву ВТ-3-1 (рис. 4). Геометричні характеристики її поперечного перерізу були визначені на основі формул (8)-(21), в яких $n=15$, $x_n=50$ мм. Зокрема, було визначено, що головний момент інерції лопатки відносно осі u дорівнює $I_u=819,3$ мм⁴.

Подальші розрахунки першої власної частоти коливань лопатки з сплаву ВТ-3-1 базувались на використанні рівнянь (1)-(7), в яких було прийнято $E=115$ ГПа; $\rho=4500$ кг/м³; $L=110$ мм; $L_c=10$ мм; $h=6$ мм; $v_B=3,83$ мм.

Експериментальні дослідження цієї лопатки [6] продемонстрували, що поверхнева тріщина з розмірами $2c=9,7$ мм і $a=1,8$ мм (рис. 4) зумов-

лює відносне зменшення частоти першої форми її коливань $f_c/f=0,995$. Розрахунки власної частоти першої форми коливань лопатки на основі наведеної вище теорії для тієї ж глибини тріщини ($a=1,8$ мм) показали відносне зменшення частоти на рівні $f_c/f=0,992$.

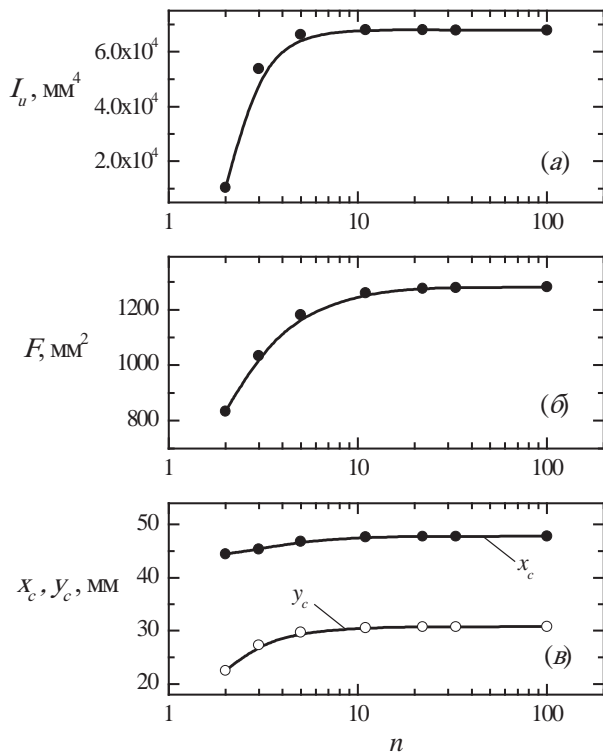


Рис. 3. Момент інерції відносно головної осі u (а), площа (б) і координати центра ваги (в) поперечного перерізу лопатки турбіни як функція кількості кроків розбиття n

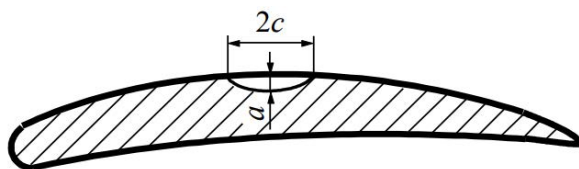


Рис. 4. Поперечний переріз з тріщиною лопатки газотурбінного двигуна Д-36

Таким чином, запропонований аналітичний підхід до оцінки впливу тріщини на власні частоти коливань лопатки є достатньо точним і прийнятним для аналітичного дослідження впливу параметрів лопатки на чутливість власних частот коливань до наявності тріщини.

Аналітичні дослідження впливу параметрів тріщини і геометричних характеристик лопатки на власну частоту першої форми її коливань були виконані стосовно лопатки турбіни К-1000-60/3000 (рис. 1), виготовленої з сталі 20Х13. В розрахунках було прийнято $E=200$ ГПа; $\rho=7800$ кг/м^3 ;

$L=112$ мм; $h=18,64$ мм; $I_u=67971,4$ мм^4 ; $v_B=14,5$ мм (для довідки – $\alpha=11,2^\circ$).

Рішення частотного рівняння (2) дає змогу отримати власні частоти коливань лопатки з відкритою тріщиною. Такий стан тріщини є теоретично можливим за значення асиметрії циклу, яка перевищує амплітуду коливань. Для симетричного циклу коливань, характерного для роботи лопаткового апарату парових турбін, має місце періодичне відкриття-закриття тріщини, тобто маємо тріщину, що закривається. Цю частоту можна визначити, знаючи власну частоту непошкодженої лопатки (f) і лопатки з відкритою тріщиною (f_o) [22], тобто

$$f_c = \frac{2ff_o}{f + f_o} \quad (22)$$

Рис. 5 ілюструє вплив відносної глибини тріщини на відносну зміну власної частоти першої форми коливань лопатки. Як видно, вплив відкритої тріщини на власну частоту коливань лопатки майже вдвічі перевищує вплив тріщини, що закривається. Так при відносній глибині тріщини $a/h=0,6$ зменшення частоти лопатки з тріщиною, що закривається, і з відкритою тріщиною досягає відповідно 24 і 39%, а при відносній глибині тріщини $a/h=0,2$ – 4,3 і 8,2%. Такі зміни частоти є достатніми для їх експериментального виявлення, а отже, для надійної вібродіагностики тріщини. В той же час зменшення частоти відносно невеликої тріщини ($a/h=0,1$) становить 1 і 2%, відповідно, що може бути недостатнім для цілей вібродіагностики з огляду на погрішність експерименту і інші технічні фактори. До останніх, зокрема, слід віднести певний розкид значень власних частот непошкоджених лопаток, тобто початковий рівень частот, відносно якого здійснюється вібродіагностика.

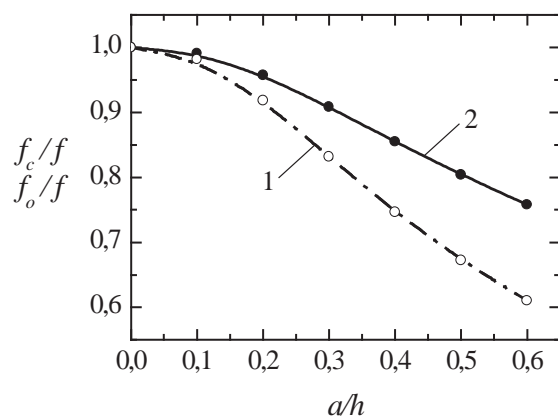


Рис. 5. Залежність власної частоти першої форми коливань лопатки турбіни від відносної глибини відкритої (1) і тої, що закривається (2), тріщини ($L_c=0$)

Особливістю вібродіагностики пошкодження, заснованої на зміні власних частот коливань, є необхідність даних про власну частоту (чи частоти) коливань лопатки у непошкодженому стані. Паспортизувати в цьому сенсі кожну лопатку парової турбіни є практично нереальним. Тому найбільш імовірним є використання осередненого значення власної частоти коливань для лопаток певного типу. Таким чином, розкид реальних значень власних частот для певної партії лопаток відносно осередненого їх значення, яке може досягати кількох відсотків, може суттєво вплинути на результати вібродіагностики відносно малих тріщин. У той же час, тріщини, відносні розміри яких задовольняють умову $a/h \geq 0,2$, надійно діагностуються за зміною власної частоти.

Залежності, продемонстровані на рис. 5, отримані для випадку, коли тріщина знаходиться біля основи пера лопатки ($L_c=0$), тобто в найбільш напруженому перерізі лопатки при поперечних коливаннях за першою формою. Внаслідок різних причин (дефект матеріалу, пошкодження поверхні тощо) тріщина може виникнути на деякій відстані від защемлення по довжині лопатки. Вплив цього фактору на власну частоту коливань лопатки продемонстровано на рис. 6. Загалом вплив тріщини на власні частоти коливань лопатки є тим меншим, чим нижчим є відносний рівень напружень у перерізі з тріщиною. Як видно з рис. 6, тріщина, яка знаходиться посередині пера лопатки по довжині зменшує відносну зміну частоти першої форми її коливань у декілька разів у порівнянні з тріщиною біля защемлення (при $a/h=0,1, 0,3$ і $0,6$ – у 8,5, 7,4 і 5,5 разів, відповідно).

Для надійної діагностики тріщин майже по всій довжині пера лопатки можна використовувати відносну зміну декількох власних частот. В цьому випадку переріз з тріщиною хоча б для однієї форми коливань буде знаходитись у відносно напруженій області лопатки, що зумовить помітну зміну її частоти. З іншого боку, якщо переріз з тріщиною знаходиться в околі вузла напружень, в якому напруження при коливаннях за певною формою дорівнюють нулю, власна частота цієї форми коливань не буде змінюватись за будь-якого розміру тріщини. Саме тому використання декількох форм коливань лопатки сприяє підвищенню надійності вібродіагностики тріщин на основі зміни власних частот, але суттєво ускладнює методику вібродіагностики.

Ще один фактор, який суттєво впливає на чутливість власних частот коливань лопатки до наявності тріщини – це жорсткість лопатки. Жор-

сткість лопатки зменшували за рахунок збільшення її довжини.

На рис. 7 показано вплив тріщини на власну частоту першої форми коливань лопатки різної довжини. Тут і на рис. 8 прийнято, що $L_0=112$ мм. Якщо для найкоротшої (а, отже, найжорсткішої) лопатки найбільше падіння частоти в розглянутому діапазоні глибини тріщини досягає 24,2%, то збільшення довжини лопатки втричі зменшує падіння частоти до 11,0%. Тобто чутливість власної частоти коливань лопатки до наявності тріщини зменшується, але дещо повільніше, ніж жорсткість лопатки.

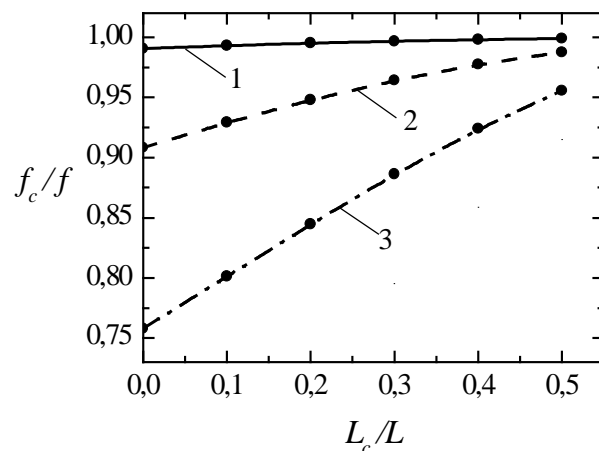


Рис. 6. Вплив місцезнаходження тріщини по висоті пера лопатки на власну частоту першої форми її коливань при різній відносній глибині тріщини, що закривається: (1) – $a/h=0,1$; (2) – $a/h=0,3$; (3) – $a/h=0,6$

Аналіз залежностей, наведених на рис. 8, дозволяє зробити порівняльну оцінку впливу жорсткості лопатки, яка змінюється за рахунок її довжини, на чутливість власної частоти коливань до наявності тріщини і на абсолютне значення власної частоти. Так при п'ятикратному збільшенні довжини лопатки чутливість зміни власної частоти першої форми коливань лопатки до наявності тріщини глибиною $a/h=0,1$, і $0,6$ зменшується у 4,9 і 3,4 раз, відповідно, тоді, як власна частота зменшується у 25 разів. Це означає, що чутливість вібродіагностики тріщин на основі зміни власних частот коливань лопаток залишається на прийнятному для практичного застосування рівні і для відносно довгих лопаток.

В той же час пропорційна зміна розмірів поперечного перерізу і довжини лопатки не призводить до зміни чутливості вібродіагностики пошкодження лопатки, заснованої на зміні власних частот.

Попри більш високу чутливість такої вібродіагностики для жорсткіших лопаток саме їхня висока жорсткість може стати проблемою практичної реалізації методики, оскільки власна частота першої форми коливань лопатки довжиною $L=112$ мм сягає значення 1659,4 Гц. Збудження резонансних коливань лопатки з такою частотою за допомогою відомих методик [6] непросто реалізувати, не кажучи вже про використання більш високих форм коливань для підвищення надійності вібродіагностики.

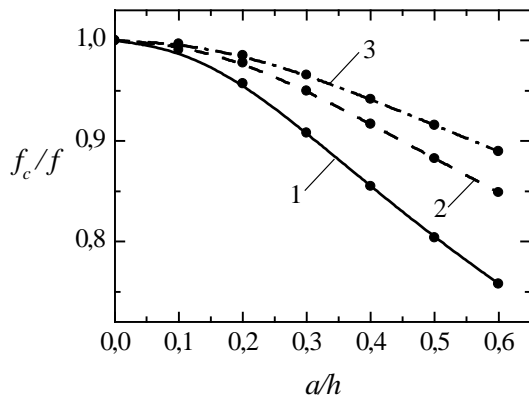


Рис. 7. Залежність зміни власної частоти першої форми коливань лопатки від відносної глибини тріщини при різних довжинах лопатки: (1) – L_0 ; (2) – $2L_0$; (3) – $3L_0$ ($L_c=0$)

Вирішення цієї проблеми можливе на основі використання сучасних методик модального аналізу коливань лопатки за результатами ударного тесту за допомогою, наприклад, обладнання і програмного забезпечення фірми Brüel&Kjær. Аналіз коливань, збуджених ударним навантаженням спеціальним молоточком, дозволяє визначити декілька власних частот коливань лопатки. Враховуючи малу тривалість такого тесту і достатньо

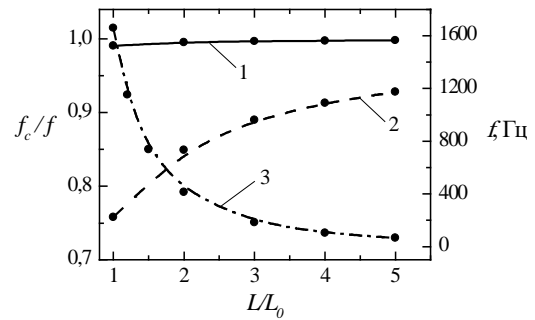


Рис. 8. Залежність зміни власної частоти першої форми коливань лопатки від відносної довжини лопатки при різній відносній глибині тріщини: (1) – $a/h=0,1$; (2) – $a/h=0,6$; (3) – $f(L/L_0)$ ($L_c=0$)

високу точність визначення власних частот коливань, такий підхід до практичної реалізації вібродіагностики пошкоджень лопатки може розглядатись як перспективний.

Висновки. Вібродіагностика лопаток турбін, заснована на зміні власних частот коливань, є достатньо чутливою для виявлення відносно невеликих тріщин, розмір яких не становить загрози для цілісності лопатки. Жорсткість лопатки впливає на чутливість такої вібродіагностики: чим жорсткіша лопатка, тим вищою є чутливість власних частот до наявності тріщини. З іншої сторони висока жорсткість лопатки ускладнює можливість використання вищих форм коливань для підвищення надійності діагностики тріщини, яка виникла в області лопатки по довжині, де напруження є відносно малими за першої форми коливань.

Подальша робота передбачає дослідження впливу тріщин, що виникають на кромках лопаток (точки А і С на рис. 2) на власні частоти коливань лопатки.

Список літератури:

1. Bovsunovsky A., Surace C. Non-linearities in the vibrations of elastic structures with a closing crack: A state of the art review // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2015. Vols. 62–63. P. 129–148. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.01.021>.
2. Ismail F., Ibrahim A., Martin H.R. Identification of fatigue cracks from vibration testing // *J. of Sound and Vibration*. 1990. Vol.140(2). P. 305–317. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(90\)90530-D](https://doi.org/10.1016/0022-460X(90)90530-D)
3. Rytter A., Brincker R., Kirkegaard P.H. An experimental study of the modal parameters of a cantilever // *Fracture & Dynamics*, Paper No.37, Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg, Denmark, 1992, 76 p.
4. Cheng S.M., Swamidass A.S.J., Wu X.J., Wallace W. Vibrational response of a beam with a breathing crack // *J. of Sound and Vibration*. 1999. Vol. 225(1). P. 201–208. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2275>
5. Rizos P.F., Aspragathos N., Dimarogonas A.D. Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes // *J. of Sound and Vibration*. 1990. Vol. 138(3). P. 381–388. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(90\)90593-0](https://doi.org/10.1016/0022-460X(90)90593-0)
6. Bovsunovsky A., Nosal O. Highly sensitive methods for vibration diagnostics of fatigue damage in structural elements of aircraft gas turbine engines // *Procedia Structural Integrity*. 2022. Vol. 35. P. 74–81. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2021.12.050>

7. Ballo I. Non-linear effects of vibration of a continuous transverse cracked slender shaft // *J. of Sound and Vibration*. 1998. Vol. 217(2). P. 321–333. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1998.1809>
8. Ruotolo R., Surace C., Crespo P., Storer D. Harmonic analysis of the vibrations of a cantilevered beam with a closing crack // *Computers and Structures*. 1996. Vol. 61(6). P. 1057–1074. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(96\)00184-8](https://doi.org/10.1016/0045-7949(96)00184-8)
9. Tsyfansky S.L., Beresnevich V.I. Detection of fatigue cracks in flexible geometrically non-linear bars by vibration monitoring // *J. of Sound and Vibration*. 1998. Vol. 213(1). P. 159–168. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1998.1502>
10. Afolabi D. An anti-resonance technique for detecting structural damage // Proc. of the 5th IMAC. 1987. P. 491–495.
11. Matveev V.V. Efficiency of the method of spectral vibrodiagnostics for fatigue damage of structural elements. Part 1. Longitudinal vibrations, analytical solution // *Strength of Materials*. 1997. Vol. 29. P. 561–572. <https://doi.org/10.1007/BF02767605>.
12. Ibrahim A., Ismail F., Martin H.K. Modelling of the dynamics of a continuous beam including nonlinear fatigue crack // *Int. J. of Analytical, Experimental Modal Analysis*. 1987. Vol.2(2). P. 76–82. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(90\)90530-D](https://doi.org/10.1016/0022-460X(90)90530-D)
13. Adams R.D., Cawley P., Pye C.J., Stone B.J. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures // *J. of Mechanical Engineering Science*. 1978. Vol. 20(2). P. 93–100. https://doi.org/10.1243/JMES_JOUR_1978_020_016_02
14. Ostachowicz W., Krawczuk M. Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam // *J. of Sound and Vibration*. 1991. Vol. 150(2). P. 191–201. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(91\)90615-Q](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90615-Q)
15. Kirshmer P.G. The effect of discontinuities on the natural frequency of beams // *Proc. ASTM*. 1944. Vol. 44. P. 897–904.
16. Thomson W.T. Vibration of Slender Bars With Discontinuities in Stiffness // *J. of Applied Mechanics*. 1949. Vol. 16. P. 203–207.
17. Petroski H.J. Simple static and dynamic models for the cracked elastic beam // *Int. J. of Fracture*. 1981. Vol.17(4). R71-R76. <https://doi.org/10.1007/BF00036201>
18. Shen M.-H. H., Pierre C. Free Vibrations of Beams with a Single-edge Crack // *J. of Sound and Vibration*. 1994. Vol. 170(2). P. 237–259. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1058>
19. Matveev V.V., Bovsunovsky A.P. Vibration-based diagnostics of fatigue damage of beam-like structures // *J. of Sound and Vibration*. 2002. Vol. 249(1). P. 23–40. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3816>
20. Stress intensity factors handbook. In 3 vol. Vol. 2. (Editor-in-chief Y. Murakami). The Society of Materials Sci., Japan and Pergamon Press, 1987.
21. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів. Київ: Вища школа, 2004. 655 с.
22. Bovsunovskii, A.P. Numerical study of vibrations of a nonlinear mechanical system simulating a cracked body // *Strength of Materials*. 1999. Vol. 31. P. 571–581. <https://doi.org/10.1007/BF02510893>

Bovsunovsky A.P., Nosal O.Yu. FEATURES OF VIBRATION DIAGNOSTICS OF TURBINE BLADES DAMAGE

The paper is devoted to the investigation of the turbine blades which are subjected to intense mechanical (static and dynamic) and thermal loads in a corrosive environment. The consequence of such loading is the gradual accumulation of diffuse fatigue damage, which eventually becomes localized one as a fatigue crack. When the crack reaches a critical size, there is a danger of blade destruction with catastrophic consequences for the entire turbine. Timely detection of blade damage is possible at the stage of turbine repair using vibration diagnostics.

Aim. *The aim of the work is to create an analytical approach that allows modeling the vibration of turbine blade with a fatigue crack, as well as the study of the influence of the crack parameters and the geometric parameters of the blade on natural frequencies of the blade to assess the effectiveness of vibration diagnostics of damage.*

Methods. *The classical theory of vibration is used to solve the problem. The effect of surface crack on the compliance of blade is determined by the fracture mechanics approaches.*

Results. *The paper presents the results of the study on the effect of a surface transverse crack on the natural frequencies of turbine blade. There were determined as a result of experimental and analytical investigation the effect of crack parameters (crack size and location) and blade geometrical characteristics on the natural frequencies of blade.*

Conclusions. *It is shown in the work that the vibration diagnostics of turbine blades, based on the change in natural frequencies, is sensitive enough to detect relatively small cracks, the size of which does not pose a threat to the integrity of blades. The stiffness of blade affects the sensitivity of such vibration diagnostics: the stiffer the blade, the higher the sensitivity of natural frequencies to the presence of a crack.*

Key words: *vibration diagnostics, turbine blades, natural frequencies, crack.*